

Stability Analysis of Mathematical Models for Controlling the Spread of Pests and Diseases in Shallot Plants (*Allium ascalonicum* L.)

Julius Sihole^{1*}, Tri Andri Hutapea²
Universitas Negeri Medan

Corresponding Author: Julius Sihole juliussihole@gmail.com

ARTICLE INFO

Keywords: Shallot (*Allium ascalonicum* L.), SI-SIIR Model, Stability Analysis, Runge Kutta Orde 4, Matlab

Received : 04, December

Revised : 30, December

Accepted: 23, January

©2023 Sihole, Hutapea: This is an open-access article distributed under the terms of the [Creative Commons Attribution 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



ABSTRACT

There is a pest of shallots (*Allium ascalonicum* L.) with the most common cases being onion caterpillars and purple spot which must be controlled to get good yields. This study aims to determine the properties of the stability of the model by examining the stability analysis by determining the model equation, equilibrium point, basic reproduction number, analysis of the equilibrium point by linearization of the Jacobian matrix to obtain eigenvalues and stability properties. The simulation shows the effect of pesticide treatment using the fourth order Runge-Kutta method and the Matlab program. There are two equilibrium points: (1) Point (E0) free of pests and diseases is stable if $R_0 < 1$. (2) Endemic point (E1) is stable if $R_0 > 1$. The simulation shows that the greater the pesticide treatment, the faster the susceptible population and infected decreased, the faster the recovering population has increased.

Analisis Stabilitas Model Matematika Pengendalian Penyebaran Hama dan Penyakit pada Tanaman Bawang Merah (*Allium ascalonicum* L.)

Julius Sihole¹, Tri Andri Hutapea²

Universitas Negeri Medan

Corresponding Author: juliussihole@gmail.com

ARTICLE INFO

Kata Kunci: Bawang Merah (*Allium ascalonicum* L.), Model SI-SIIR, Analisis Stabilitas, Runge Kutta Orde 4, Matlab

Received : 04, December

Revised : 30, December

Accepted: 23, January

©2023 Sihole, Hutapea: This is an open-access article distributed under the terms of the [Creative Commons Atribusi 4.0 Internasional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



ABSTRAK

Terdapat organisme pengganggu tanaman bawang merah (*Allium ascalonicum* L.) dengan kasus paling banyak ditemukan yaitu ulat bawang dan bercak ungu yang harus dikendalikan untuk mendapatkan hasil panen yang baik. Penelitian ini bertujuan mengetahui sifat-sifat kestabilan model dengan mengkaji analisis kestabilan dengan menentukan persamaan model, titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar, analisis titik kesetimbangan dengan linierisasi matriks jacobian untuk mendapatkan nilai eigen dan sifat-sifat kestabilan. Simulasi memperlihatkan pengaruh perlakuan pestisida menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan program Matlab. Terdapat dua titik kesetimbangan: (1) Titik (E_0) bebas hama dan penyakit bersifat stabil jika $R_0 < 1$. (2) Titik (E_1) endemik bersifat stabil jika $R_0 > 1$. Simulasi menunjukkan semakin besar perlakuan pestisida maka semakin cepat populasi rentan dan terinfeksi menurun, populasi sembuh semakin cepat mengalami kenaikan.

PENDAHULUAN

Bawang merah (*Allium ascalonicum* L.) adalah tanaman potensial yang dapat dikembangkan di Indonesia. Bawang merah (*Allium ascalonicum* L.) termasuk sayuran serbaguna yang digunakan sebagai bumbu pelengkap masakan, bahan industri makanan dan obat tradisional (Satuhu et al., 2021). Hasil produksi bawang merah (*Allium ascalonicum* L.) masih kurang optimal, bahkan sering berkurang produktivitasnya karena serangan hama dan penyakit yang biasanya menimbulkan kerusakan yang dikendalikan (Putrasamedja & Suwandi, 1996)

Salah satu hama utama yang menyerang bawang merah yaitu ulat bawang (*Spodoptera exigua* H.). Pada serangan berat mengakibatkan daun menjadi mengering dan gugur sebelum waktunya sehingga kualitas dan kuantitas bawang merah menjadi menurun. Serangan hama ini dapat menyebabkan kehilangan hasil hingga 100% (Pratiwi et al., 2022). Salah satu kendala yang sangat penting dan sering kita jumpai yaitu adanya penyakit bercak ungu yang disebabkan oleh jamur patogen *Alternaria porri* (Ruswandari et al., 2020). Berdasarkan data statistik organisme pengganggu tanaman (OPT) (Kementerian Pertanian, 2021), ulat bawang (*Spodoptera exigua*) dengan luas serangan terbesar di Indonesia dengan total luas tambah serangan (LTS) adalah 4.051,49 ha dan penyakit bercak ungu (*Alternaria porri*) sebesar 1.531,56 ha. Dikarenakan luasnya serangan tersebut maka harus dilakukan pengendalian terhadap serangan penyakit tersebut. Pengendalian hama ulat bawang, *S. exigua* yang dilakukan petani hingga saat ini hanya mengandalkan kemampuan insektisida kimia (pestisida) (Hasyim et al., 2016). Penggunaan pestisida merupakan upaya yang umum dilakukan untuk mengendalikan serangan *Alternaria porri* pada tanaman bawang merah (*Allium ascalonicum* L.) ((Muksin et al., 2016)

Telah banyak penelitian tentang model matematika penyebaran hama dan penyakit bawang merah (*Allium ascalonicum* L.) diantaranya oleh (Mutmainnah et al., 2017) mengembangkan pemodelan matematika *Subsceptible - Infected - Recovered* atau SIR penyebaran hama dan penyakit pada tanaman bawang merah (*Allium ascalonicum*) dengan membagi populasi dalam 6 kompartemen dengan hasil tiga titik kritis, yaitu: (1) Titik kritis bawang merah (*Allium ascalonicum* L.) Palu bebas hama. (3) Titik kritis ketiga memperlihatkan bawang merah (*Allium ascalonicum* L.) palu yang endemik, dengan titik kritis tersebut tidak stabil yang berarti titik kritis tersebut akan ditinggalkan. Setelah melakukan analisis kestabilan diperoleh kedua titik kritis yang tidak stabil tersebut bersifat tidak menetap, sedangkan titik kritis bebas hama dan penyakit akan menetap dalam populasi.

Dalam penelitian (Lestari et al., 2020), mengembangkan penelitian (Mutmainnah et al., 2017) dengan menambahkan subpopulasi bawang merah yang terinfeksi oleh hama ulat dan penyakit. Penelitian tersebut dibagi menjadi 6 subpopulasi dengan hasil model ini memiliki lima titik kritis, yaitu kepunahan seluruh populasi (E_0), titik kepunahan hama ulat bulu dan bercak ungu (E_1), titik kritis tidak ada bawang merah yang terinfeksi penyakit (E_2), titik

kritis bebas hama ulat (E_3 dan titik kritis koeksistensi (E_4). Jika titik kritis (E_1) stabil, maka (E_2) dan (E_3) tidak stabil. Titik kritis (E_0) dan (E_4) tidak stabil dan titik kritis lainnya stabil bersyarat. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa keberadaan ulat bercak ungu sangat dipengaruhi oleh laju pemangsaan dan infeksi, sehingga sebaiknya penyebaran kedua organisme pengganggu tanaman bawang merah (*Allium ascalonicum* L.) ini harus dicegah.

Sesuai dengan pemaparan dari penelitian terdahulu, belum ada yang membahas model matematika penyebaran penyakit pada populasi bawang merah dan populasi ulat. Dimana ulat berperan sebagai vektor yang menyebarkan penyakit pada populasi bawang merah rentan, serta menambahkan parameter perlakuan penyemprotan pestisida yang dilakukan pada populasi rentan. Oleh karena itu, penelitian ini dikembangkan dengan menggunakan model matematika SIR dengan menambahkan populasi ulat yang berperan sebagai vektor menjadi model *Subsceptible - Infected - Subsceptible - Infected - Recovered* atau SI-SIIR. Model SI-SIIR pada penelitian ini dimodifikasi dari model yang dibuat oleh (Mutmainnah et al., 2017) dengan menambahkan populasi ulat dan menambahkan parameter tingkat perlakuan pestisida. Berdasarkan pemaparan tersebut, disimpulkan judul penelitian ini adalah “Analisis Stabilitas Model Matematika Pengendalian Penyebaran Hama dan Penyakit pada Tanaman Bawang Merah (*Allium ascalonicum* L.)”.

TINJAUAN PUSTAKA

Model Matematika

Penelitian ini merujuk pada model (Mutmainnah et al., 2017) yaitu:

$$\frac{dU}{dt} = \psi_1 U \left(1 - \frac{U}{K}\right) \quad \dots\dots(1)$$

$$\frac{dJ}{dt} = \psi_2 J \left(1 - \frac{J}{K}\right) \quad \dots\dots(2)$$

$$\frac{dS}{dt} = S(B + \alpha_1 U + \alpha_2 J - \beta_1 I_H - \beta_2 I_P - \mu) \quad \dots\dots(3)$$

$$\frac{dI_H}{dt} = I_H(\beta_1 S - (\mu + V_1) - \rho - \gamma_1) \quad \dots\dots(4)$$

$$\frac{dI_P}{dt} = I_P(\beta_2 S - (\mu + V_2) - \gamma_1) + \rho I_H \quad \dots\dots(5)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma_1 I_H + \gamma_2 I_P - \mu R \quad \dots\dots(6)$$

Keterangan:

- ψ_1 : Laju kelahiran ulat daun
- ψ_2 : Laju kelahiran ulat daun
- B : Laju rekrutmen bawang merah
- α_1 : Laju infeksi hama ke bawang merah yang rentan
- α_2 : Laju infeksi jamur ke bawang merah rentan
- μ : Laju kematian alami bawang merah
- β_1 : Laju transmisi hama ulat daun

- β_2 : Laju transmisi penyakit bercak daun
- ρ : Laju transisi yang terinfeksi hama
- V_1 : Laju kematian alami bawang merah yang terinfeksi hama
- V_2 : Laju kematian alami bawang merah yang terinfeksi penyakit
- γ_1 : Laju penyembuhan individu (bawang merah) yang terinfeksi hama
- γ_2 : Laju penyembuhan individu (bawang merah) yang terinfeksi penyakit

Titik Kesetimbangan

Titik kesetimbangan (titik ekuilibrium) merupakan titik tetap yang tidak berubah terhadap waktu. Secara matematis, titik ekuilibrium didefinisikan sebagai berikut:

Definisi (Wiggins, 2003)

Diberikan sistem autonomus

$$\dot{x} = f(x), x \in R^n \quad \dots\dots(7)$$

Titik $\bar{x} \in R^n$ disebut titik ekuilibrium dari sistem (7) jika

$$f(\bar{x}) = 0 \quad \dots\dots(8)$$

Bilangan Reproduksi Dasar

Dimisalkan terdapat n subpopulasi Infected dan m subpopulasi Susceptible serta $x \in R^n$ dan $y \in R^m$ adalah subpopulasi dari masing-masing kelas. Untuk $n, m \in R^n$, maka:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \varphi_1(x, y) - \psi_1(x, y), i = 1, 2, \dots, n \\ \dot{y} &= \eta_j(x, y), j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad \dots\dots(9)$$

Dimana φ_1 adalah matriks dari tingkat individu baru yang terdeteksi yang mengakibatkan kelas *Infected* bertambah, ψ_i adalah matriks tingkat perkembangan penyakit, kesembuhan dan kematian yang mengurangi populasi dari suatu kompartemen.

R_0 dari titik ekuilibrium bebas penyakit dapat ditentukan dengan sistem persamaan diferensial yang telah dilinerisasi. Persamaan kompartemen terinfeksi yang sudah dilinierisasi dapat diperhatikan sebagai berikut:

$$\dot{x} = (F - V)x \quad \dots\dots(10)$$

Jika F dan V adalah matriks $n \times n, F = \frac{\partial \varphi_i}{\partial u_i}(0, y_0)$ dan $V = \frac{\partial \psi_i}{\partial u_i}(0, y_0)$ dan untuk $(0, y_0)$ adalah titik kesetimbangan bebas penyakit.

Maka didefinisikan matriks K sebagai berikut:

$$K = FV^{-1} \quad \dots\dots(11)$$

dengan K adalah *next generation matrix*. Nilai harapan dari Infected sekunder pada populasi *Susceptible* adalah nilai eigen terbesar matriks K , sehingga:

$$R_0 = \rho(K) = \rho(FV^{-1}) \quad \dots\dots(12)$$

(Driessche V D & Watmough J, 2002)

Kriteria Routh-Hurwitz

Diberikan polinomial

$$f(s) = a_0s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n \quad \dots\dots(13)$$

dengan s_0 positif dan a_k bilangan real, $k = 1, 2, 3, \dots, n$. Matriks Hurwitz untuk persamaan (12) didefinisikan sebagai matriks bujur sangkar berukuran $n \times n$ yang berbentuk sebagai berikut:

$$H = \begin{bmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & \dots & 0 & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1} & a_{n-2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_n \end{bmatrix} \quad \dots\dots(14)$$

Determinaan Hurwitz tingkat ke- k , dinotasikan dengan $\Delta k; k = 1, 2, \dots, n$ yang dibentuk dari matriks Hurwitz (2.16), didefinisikan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= [a_1], \\ \Delta_2 &= \begin{bmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{bmatrix}, \\ \Delta_3 &= \begin{bmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad H = \begin{bmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & \dots & 0 & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1} & a_{n-2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_n \end{bmatrix}$$

Teorema (Gantmacher, 1995)

Pembuat nol polinomial (12) mempunyai bagian real negatif jika dan hanya pertidaksamaan dipenuhi dan

$$\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0, \Delta_3 > 0, \dots, \Delta_n > 0 \quad \dots\dots(15)$$

Jika kolom pertama pada tabel Hurwitz tidak ada perubahan tanda (semuanya bertanda negatif atau positif) dapat disimpulkan bahwa akar-akar polinomial (12) bagian realnya adalah tak positif sehingga sistem stabil.

Metode Runge-Kutta Orde 4

Metode runge-kutte orde 4 adalah metode yang dapat memperoleh akurasi deret Taylor tanpa memerlukan difrensiasi orde yang lebih tinggi. Metode Runge-Kutte orde 4 dituliskan ke dalam persamaan berikut:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h \quad \dots\dots(16)$$

dimana

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1h\right)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2h\right)$$

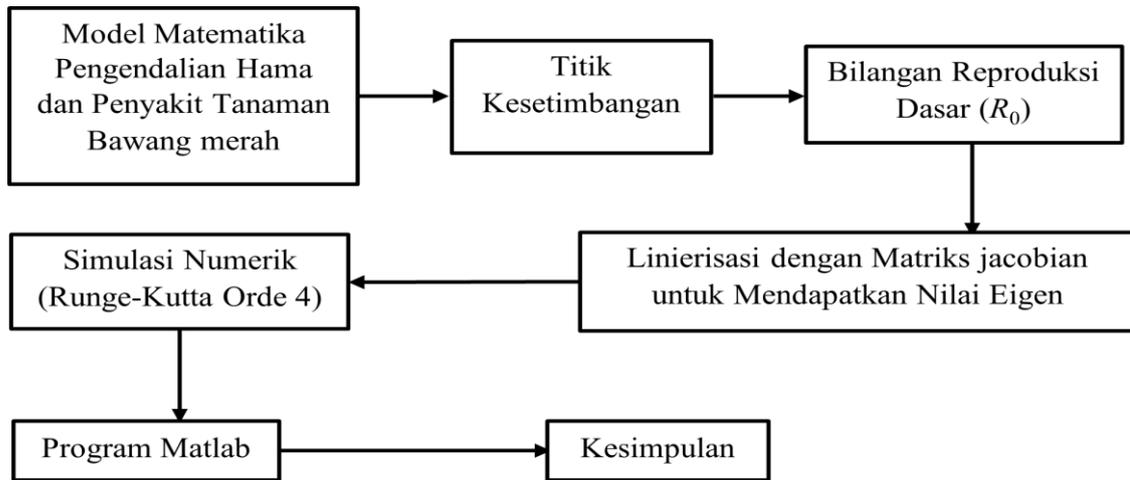
$$k_4 = f(x_i + h, y_i + k_3) \text{ (Rosidi, 2019)}$$

METODOLOGI

Jenis penelitian ini adalah penelitian terapan dengan pendekatan penelitian kuantitatif deskripsi. Jenis data yang digunakan dalam melakukan penelitian, yaitu: Data sekunder. Data yang diperlukan dalam penelitian ini adalah data luas serangan penyakit dan luas pengendalian penyakit pada tanaman bawang merah di Sumatera Utara yang diperoleh dari (Kementerian Pertanian, 2021). Adapun prosedur penelitian ini sebagai berikut:

1. Memodifikasi model matematika pengendalian hama dan penyakit pada tanaman bawang merah (*Allium ascalonicum*) yang dirujuk dari sebuah penelitian terdahulu berupa jurnal berjudul "Membangun Model Penyebaran Hama dan Penyakit pada Bawang Merah Palu (*Allium ascalonicum*)" oleh (Mutmainnah et al., 2017).
2. Menentukan titik kesetimbangan pada kondisi bebas penyakit dan kondisi endemic pada model SI-SIIR pengendalian penyakit pada tanaman bawang merah (*Allium ascalonicum*).
3. Menentukan bilangan reproduksi dasar pada model SI-SIIR pengendalian hama dan penyakit pada tanaman bawang merah (*Allium ascalonicum*).
4. Menganalisis kestabilan sistem dengan melakukan linierisasi menggunakan matriks Jacobi dan nilai eigen untuk mengetahui jenis kestabilan.
5. Melakukan simulasi numerik pada sistem menggunakan Metode Runge-Kutta Orde 4 dan Membangun program untuk membantu simulasi analisis kestabilan terhadap model SI-SIIR pengendalian penyebaran hama dan penyakit pada tanaman bawang merah (*Allium ascalonicum*) dengan mengambil parameter yang bersesuaian menggunakan program Matlab.
6. Menarik kesimpulan.

Langkah-langkah yang telah dijelaskan di atas digambarkan secara skematik sebagai berikut:



Gambar 1. Diagram Alur Prosedur Penelitian

HASIL PENELITIAN

Model SI-SIIR

Setelah melakukan modifikasi terhadap model (Mutmainnah dkk. 2017) diperoleh model yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah model pengendalian penyebaran hama dan penyakit pada tanaman bawang merah yang terdiri dari enam persamaan dan dibagi menjadi subpopulasi ulat rentan terhadap penyakit, subpopulasi ulat terinfeksi, subpopulasi bawang merah rentan, subpopulasi bawang merah terinfeksi hama, subpopulasi bawang merah terinfeksi penyakit dan subpopulasi bawang merah sembuh yang direpresentasikan model SI-SIIR sebagai berikut:

$$\frac{dS_U}{dt} = \omega - (\alpha I_U + \theta) S_U \quad \dots\dots(17)$$

$$\frac{dI_U}{dt} = \alpha I_U S_U - (\theta + \varphi) I_U \quad \dots\dots(18)$$

$$\frac{dS}{dt} = \delta - (\rho + \mu + \beta_1 I_U + \beta_2 I_A) S \quad \dots\dots(19)$$

$$\frac{dI_S}{dt} = \beta_1 I_U S - (\mu + V_1 + \sigma + \gamma_1) I_S \quad \dots\dots(20)$$

$$\frac{dI_A}{dt} = \beta_2 I_A S + \sigma I_S - (\mu + V_2 + \gamma_2) I_A \quad \dots\dots(21)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma_1 I_S + \gamma_2 I_A + \rho S - \mu R \quad \dots\dots(22)$$

Keterangan-keterangan parameter:

- ω : Laju kelahiran pada populasi ulat
- θ : Laju kematian alami pada populasi ulat
- α : Laju kontak ulat yang rentan dengan ulat yang terinfeksi
- ρ : Laju perlakuan pestisida

- β_1 : Laju Kontak uat terinfeksi dengan bawang merah rentan
- δ : Laju rekrutmen bawang merah
- μ : Laju kematian alami bawang merah
- V_1 : Laju kematian pada populasi bawang merah karena serangan hama
- V_2 : Laju kematian pada populasi bawang merah yang terinfeksi penyakit
- β_1 : Laju serangan hama pada populasi tanaman bawang merah
- β_2 : Laju penularan penyebaran penyakit pada populasi tanaman bawang merah
- σ : Laju transmisi bawang merah terinfeksi hama ulat ke bawang merah terinfeksi penyakit
- γ_1 : Laju penyembuhan individu (bawang merah) yang terinfeksi hama ulat
- γ_2 : Laju penyembuhan individu (bawang merah) yang terinfeksi penyakit

Titik Kesetimbangan

Titik kesetimbangan dari akan dicari dengan cara membuat sistem tersebut dalam kondisi konstan terhadap waktu, yaitu kondisi dimana

$$\frac{dS_U}{dt} = 0, \frac{dI_U}{dt} = 0, \frac{dS}{dt} = 0, \frac{dI_S}{dt} = 0, \frac{dI_A}{dt} = 0, \frac{dR}{dt} = 0$$

Titik kesetimbangan pada kondisi bebas penyakit merupakan kondisi ketika tidak terdapat individu yang terinfeksi hama dan penyakit pada sautu populasi tertentu atau dengan kata lain nilai $(I_U = I_S = I_A = 0)$ sehingga akan dicari nilai dari S_U^*, S^*

$$\omega - \alpha I_U S_U - \theta S_U = 0 \quad \dots\dots(23)$$

$$\delta - (\rho + \mu + \beta_1 I_S^* + \beta_2 I_A^*) S^* = 0 \quad \dots\dots(24)$$

$$\gamma_1 I_S^* + \gamma_2 I_P^* + \rho S^* - \mu R^* = 0 \quad \dots\dots(25)$$

Menyelesaikan (23), (24) dan (25) akan diperoleh:

$$S_U^* = \frac{\omega}{\theta} \quad \dots\dots(26)$$

$$S^* = \frac{\delta}{(\rho + \mu)} \quad \dots\dots(27)$$

$$R^* = \frac{\delta \rho}{\mu(\rho + \mu)} \quad \dots\dots(28)$$

dan diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit

$$E_0 = (S_U^*, I_U^*, S^*, I_S^*, I_A^*, R^*) \left(\frac{\omega}{\theta}, 0, \frac{\delta}{(\rho + \mu)}, 0, 0, \frac{\delta \rho}{\mu(\rho + \mu)} \right)$$

Titik kesetimbangan pada kondisi endemik merupakan kondisi ketika terdapat individu yang terinfeksi pada suatu populasi tertentu atau dengan

maksud ($I_U \neq I_S \neq I_A \neq 0$), akan dicari nilai $E_1 = (S_U^*, I_U^*, S^*, I_S^*, I_A^*, R^*)$ dengan memisalkan:

$$(\alpha S_U^* - \theta - \varphi) I_U^* = 0 \quad \dots\dots(29)$$

$$\omega - (\alpha I_U^* + \theta) S_U^* = 0 \quad \dots\dots(30)$$

$$\delta - (\rho + \mu + \beta_1 I_S^* + \beta_2 I_A^*) S^* = 0 \quad \dots\dots(31)$$

$$\beta_1 I_U^* S^* - (\mu + V_1 + \sigma + \gamma_1) I_S^* = 0 \quad \dots\dots(32)$$

$$\beta_2 I_A^* S^* + \sigma I_S^* - (\mu + V_2 + \gamma_2) I_A^* = 0 \quad \dots\dots(33)$$

$$\gamma_1 I_S^* + \gamma_2 I_A^* + \rho S^* - \mu R^* = 0 \quad \dots\dots(34)$$

Menyelesaikan persamaan (29) - (34) sehingga titik kesetimbangan endemik diperoleh:

$$E_2 = (S_U^*, I_U^*, S^*, I_S^*, I_A^*, R^*):$$

$$S_U^* = \left(\frac{\theta + \varphi}{\alpha} \right)$$

$$I_U^* = \left(\frac{\omega}{\theta + \varphi} - \frac{\theta}{\alpha} \right)$$

$$S^* = \frac{\delta}{\rho + \mu + c + \frac{1}{2b} \left[\delta\beta_2 - b(\mu + c) \pm \sqrt{[\delta\beta_2 - b(\mu + c)]^2 + 4\beta_2 b \frac{\delta\sigma c}{a}} \right]}$$

$$I_S^* = \frac{c\delta}{\left\{ \rho + \mu + c + \frac{1}{2b} \left[\delta\beta_2 - b(\mu + c) \pm \sqrt{[\delta\beta_2 - b(\mu + c)]^2 + 4\beta_2 (b) \frac{\delta\sigma c}{a}} \right] \right\} a}$$

$$I_A^* = \frac{\delta\beta_2 - b(\mu + c) \pm \sqrt{[\delta\beta_2 - b(\mu + c)]^2 + 4\beta_2 b \frac{\delta\sigma c}{a}}}{2\beta_2 b}$$

$$R^* = \frac{1}{\mu} \left[\frac{c\delta\gamma_1}{\left\{ \mu + c + \frac{1}{2b} \left[\delta\beta_2 - b(\mu + c) \pm \sqrt{[\delta\beta_2 - b(\mu + c)]^2 + 4\beta_2 (b) \frac{\delta\sigma c}{a}} \right] \right\} a} + \frac{\gamma_2}{2b} \left[\delta\beta_2 - b(\mu + c) \pm \sqrt{[\delta\beta_2 - b(\mu + c)]^2 + 4\beta_2 (b) \frac{\delta\sigma c}{a}} \right] \right]$$

Basic Reproduction Number (R0)

Next generation matrix diperoleh dari sistem persamaan yang memuat kelas populasi terinfeksi (I_S dan I_A), sehingga matriks F dan V untuk turunan sistem pengendalian penyebaran hama dan penyakit pada persamaan (19) - (22) sebagai berikut:

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \beta_2 S \end{pmatrix} \quad V = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \quad \dots\dots(35)$$

dengan

$$\begin{aligned} \mu + V_1 + \sigma + \gamma_1 &= a \\ \mu + V_2 + \gamma_2 &= b \end{aligned} \quad \dots\dots(36)$$

Dimana nilai

$$V^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{b} \end{pmatrix} \quad \dots\dots(37)$$

sehingga diperoleh

$$FV^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{\beta_2 S}{b} \end{pmatrix} \quad \dots\dots(38)$$

bilangan reproduksi dasar diperoleh dari mencari nilai eigen sehingga diperoleh

$$R_0 = \frac{\beta_2 \delta}{(\rho + \mu + \beta_1 I_U^*) b} \quad \dots\dots(39)$$

Analisis Titik Kesetimbangan

Diperoleh matriks Jacobian sistem persamaan model sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} -(\alpha I_U + \theta) & \alpha S_U & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha I_U & \alpha S_U - (\theta + \varphi) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta_1 S & -(\rho + \mu + \beta_1 I_U + \beta_2 I_A) & 0 & \beta_2 S & 0 \\ 0 & \beta_1 S & \beta_1 I_U & -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_2 I_A & \sigma & \beta_2 S & 0 \\ 0 & 0 & \rho & \gamma_1 & \gamma_2 & -\mu \end{bmatrix}$$

Diketahui bahwa

$$E_0 = (S_U^*, I_U^*, S^*, I_S^*, I_A^*, R^*) \left(\frac{\omega}{\theta}, 0, \frac{\delta}{(\rho + \mu)}, 0, 0, \frac{\delta \rho}{\mu(\rho + \mu)} \right) \quad \dots\dots(40)$$

maka nilai eigen dicari dengan $\det(J(E_0) - \lambda I) = 0$

$$J(E_0) = \begin{bmatrix} -\theta & \frac{\alpha\omega}{\theta} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha\omega}{\theta} - (\theta + \varphi) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\beta_1\delta}{(\rho + \mu)} & -(\rho + \mu) & 0 & \frac{\beta_2\delta}{(\rho + \mu)} & 0 \\ 0 & \frac{\beta_1\delta}{(\rho + \mu)} & 0 & -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma & \frac{\beta_2\delta}{(\rho + \mu)} - b & 0 \\ 0 & 0 & \rho & \gamma_1 & \gamma_2 & -\mu \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan ekspansi kofaktor diperoleh persamaan:

$$(\theta + \lambda) \left(\lambda + (\theta + \varphi) - \frac{\alpha\omega}{\theta} \right) (\rho + \mu + \lambda) (a + \lambda) \left(\lambda + (\theta + \varphi) - \frac{\alpha\omega}{\theta} \right) (\mu + \lambda) = 0 \quad \dots\dots(41)$$

Sehingga, jika $R_0 < 1$ diperoleh nilai-nilai λ yaitu:

$$\begin{aligned} \lambda_1 = -\theta, \lambda_2 = 0 < \left((\theta + \varphi) - \frac{\alpha\omega}{\theta} \right) < 0, \lambda_3 = -(\rho + \mu), \lambda_4 = -a, \\ \lambda_5 = 0 > \left(\frac{\beta_2\delta}{(\rho + \mu)} - b \right) < 0, \lambda_6 = -\mu \end{aligned} \quad \dots\dots(42)$$

Karena semua nilai λ bertanda negatif maka titik kesetimbangan E_0 bersifat stabil asimptotik.

Diketahui bahwa $E_1 = (S_U^*, I_U^*, S^*, I_S^*, I_A^*, R^*)$, maka diperoleh nilai eigen dengan $\det(J(E_2) - \lambda I) = 0$:

$$J(E_1) = \begin{bmatrix} \frac{\alpha\omega}{\theta + \varphi} + \lambda & \theta + \varphi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta - \frac{\alpha\omega}{\theta + \varphi} & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_1 S^* & e + \lambda & 0 & \beta_2 S^* & 0 \\ 0 & -\beta_1 S^* & c & a + \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\beta_2 I_A^* & -\sigma & f + \lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\rho & -\gamma_1 & -\gamma_2 & \mu + \lambda \end{bmatrix} = 0$$

Diperoleh persamaan:

$$\left((\mu + \lambda) \cdot \left(\lambda^2 + \frac{\alpha\omega}{\theta + \varphi} \lambda \right) + (\alpha\omega - \theta(\theta + \varphi)) \right) \cdot \begin{bmatrix} \lambda^3 + (a + e + f + i)\lambda^2 \\ +(ae + af + ef + i)\lambda \\ +(h + ai + aef) \end{bmatrix} = 0 \dots\dots(43)$$

agar perhitungan nilai λ lebih mudah, maka pada persamaan (43) dilakukan pemisalan:

$$x(\lambda) = \left(\lambda^2 + \frac{\alpha\omega}{\theta + \varphi}\lambda\right) + (\alpha\omega - \theta(\theta + \varphi)) \dots\dots(44)$$

dan

$$y(\lambda) = [\lambda^3 + (a + e + f)\lambda^2 + (ae + af + ef + i)\lambda + (h + ai + aef)] \dots\dots(45)$$

sehingga diperoleh

$$(\mu + \lambda) \cdot x(\lambda) \cdot y(\lambda) = 0 \dots\dots(46)$$

Maka $\lambda_1 = -\mu$ dan menggunakan kriteria Routh-Hurwitz diperoleh bahwa:

1. Pada persamaan (44), nilai $(\Delta_1, \Delta_2 > 0)$
2. Pada persamaan (45), nilai $(\Delta_1, \Delta_2 > 0)$.

Karena semua determinan matriks Hurwitz bernilai positif maka akar-akar bagian riilnya bernilai negatif. Oleh karena itu, titik kesetimbangan (E_1) bersifat stabil asimtotik.

Simulasi Numerik

Kemudian simulasi numerik metode Runge-Kutta orde empat dilakukan dengan nilai awal:

Tabel 1. Nilai Variabel

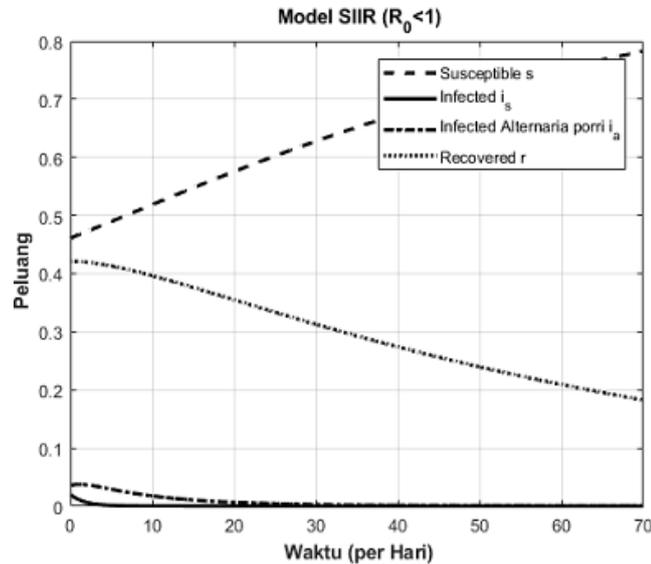
| Populasi | Nilai Awal | Proporsi |
|---|------------|----------|
| Subpectible (S) | 4.752 | 0,4611 |
| Infected <i>Spodoptore exigua</i> (I_S) | 211,02 | 0,0205 |
| Infected <i>Altenaria porri</i> (I_A) | 367,65 | 0,0357 |
| Recovered (R) | 4.339 | 0,4212 |
| Populasi ulat rentan penyakit (S_U) | 422 | 0,0409 |
| Populasi ulat terinfeksi penyakit (I_U) | 213 | 0,0206 |

Tabel 2. Nilai Parameter

| Parameter | Nilai | Parameter | Nilai |
|-----------|------------------------|------------|-------|
| ω | 0,05 | μ | 0,014 |
| θ | 0,1 | V_1 | 0,071 |
| α | 0,2 | V_2 | 0,041 |
| φ | 0,02 | β_2 | 0,077 |
| β_1 | 0,045 | σ | 0,4 |
| δ | 0,014 | γ_1 | 0,128 |
| ρ | $0 \leq \rho \leq 1^*$ | γ_2 | 0,097 |

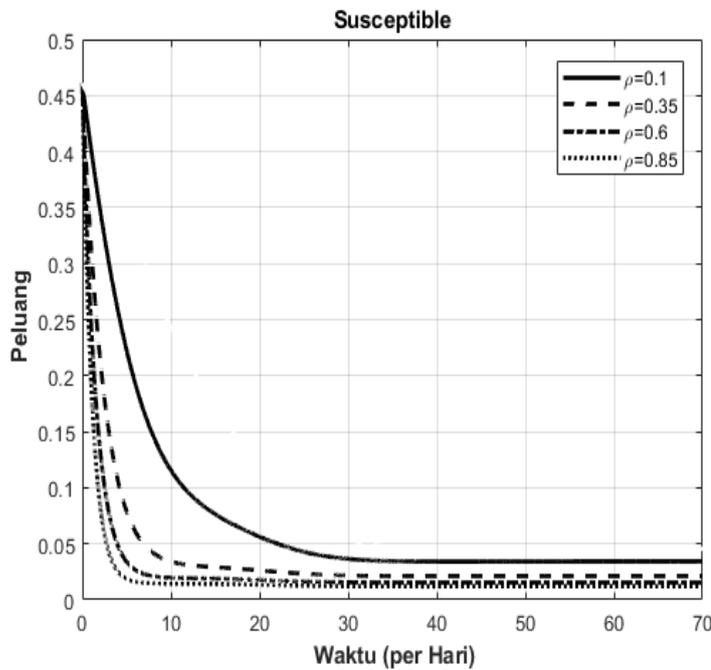
*asumsi

Dikarenakan ρ tidak berpengaruh pada model SI maka simulasi numerik pada model SI di abaikan, sehingga diperoleh hasil simulasi pada sistem ketika tidak terjadi endemik sebagai berikut:



Gambar 2. Jumlah Populasi Bawang Merah pada Model SIIR untuk $R_0 < 1$

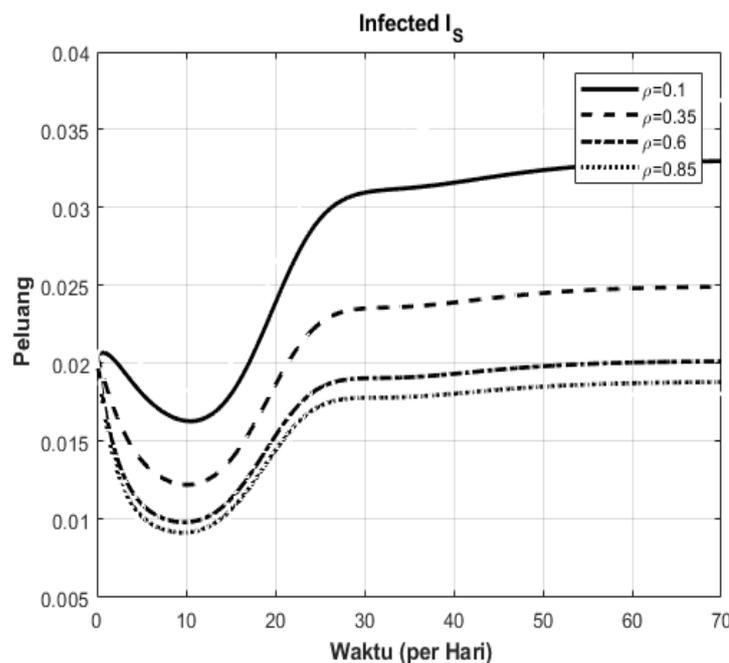
Untuk memenuhi $R_0 > 1$, maka nilai parameter β_2 dinaikkan karena merupakan parameter yang paling mempengaruhi nilai dari R_0 . Berdasarkan hal tersebut maka nilai $\beta_2 = 0,077$ diubah menjadi $\beta_2 = 0,9$ dan mendapat nilai ρ yang berbeda sebagai besar perlakuan pestisida sehingga diperoleh:



Gambar 3. Jumlah Populasi Subseptible pada Model SIIR untuk $R_0 > 1$ dengan rentang waktu $0 \leq t \leq 70$

Berdasarkan Gambar 3, jumlah populasi *Susceptible* jika $\rho = 0,1$ ditunjukkan dengan garis utuh akan menurun dan mencapai kondisi stabil karena tidak mengalami perubahan lagi membutuhkan waktu sekitar $t = 40$ hari dengan nilai peluang sebesar 0,03636 atau sebesar 351,58 ha. Jika $\rho = 0,35$ ditunjukkan dengan garis putus-putus, grafik populasi *Susceptible* menurun dan membutuhkan waktu sampai dengan sekitar $t = 20$ hari untuk mencapai kondisi stabil dengan nilai peluang sebesar 0,02661 atau sebesar 257,30 ha.

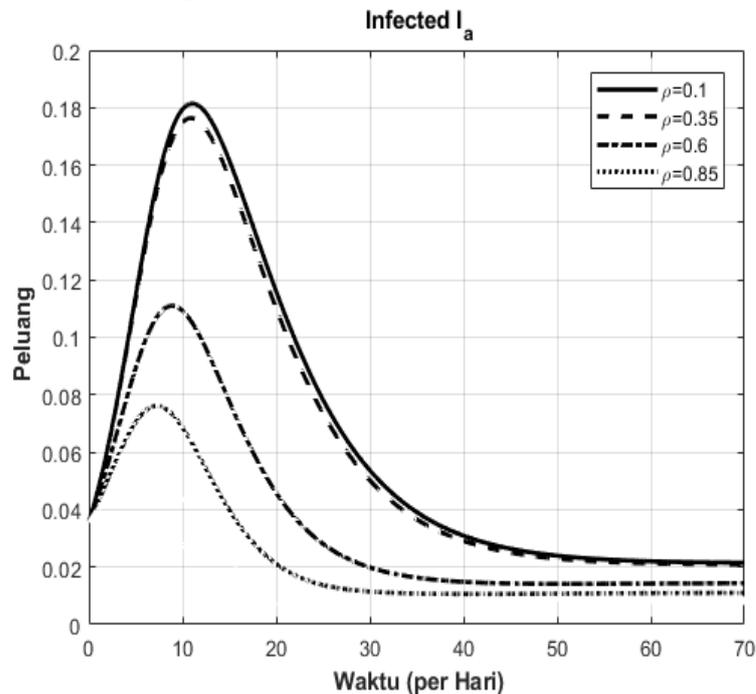
Jika $\rho = 0,65$ ditunjukkan dengan garis putus-putus titik, grafik populasi *Susceptible* menurun dan akan mencapai kondisi stabil pada kurun waktu sekitar $t = 10$ hari dengan nilai peluang sebesar 0,01952 atau sebesar 188,75 ha. Sedangkan jika $\rho = 0,85$ ditunjukkan dengan garis titik-titik, grafik populasi akan menurun dan membutuhkan waktu sekitar $t = 10$ hari untuk mencapai kondisi setimbang dengan nilai peluang sebesar 0,01468 atau sebesar 141,95 ha. Sehingga dapat disimpulkan bahwa jika semakin besar nilai ρ , maka populasi *Susceptible* akan semakin berkurang atau mengalami penurunan dari kondisi awal dan pada waktu tertentu tidak mengalami perubahan karena mencapai kondisi stabil.



Gambar 4. Jumlah Populasi *Infected I_s* pada Model SIIR untuk $R_0 > 1$ dengan rentang waktu $0 \leq t \leq 70$

Pada Gambar 4, jumlah populasi *Infected I_s* jika $\rho = 0,1$ akan menurun dan dalam kurun waktu tertentu mengalami kenaikan yang membutuhkan waktu sekitar $t = 60$ hari untuk mencapai kondisi setimbang karena tidak terjadi perubahan lagi dengan nilai peluang sebesar 0,03298 atau sebesar 318,9 ha. Jika $\rho = 0,35$, grafik menurun dan dalam kurun waktu tertentu mengalami kenaikan kemudian tidak mengalami perubahan lagi karena mencapai kondisi setimbang yang membutuhkan waktu sekitar $t = 60$ hari dengan nilai peluang sebesar 0,02492 atau sebesar 240,96 ha.

Jika $\rho = 0,65$, grafik populasi *Infected* I_s menurun dan mengalami kenaikan dalam kurun waktu tertentu yang membutuhkan waktu sekitar $t = 50$ hari untuk mencapai kondisi setimbang karena tidak mengalami perubahan lagi dengan nilai peluang 0,02011 atau sebesar 194,45 ha. Sedangkan jika $\rho = 0,85$, grafik mengalami kenaikan dan tidak mengalami perubahan lagi karena mencapai kondisi setimbang pada kurun waktu sekitar $t = 45$ hari dengan nilai peluang sebesar 0,01879 atau sebesar 181,69 ha. Sehingga dapat disimpulkan bahwa jika semakin besar nilai ρ , maka populasi *Infected* I_s akan semakin berkurang atau mengalami penurunan dari kondisi awal dan pada waktu tertentu tidak mengalami perubahan karena mencapai kondisi stabil.

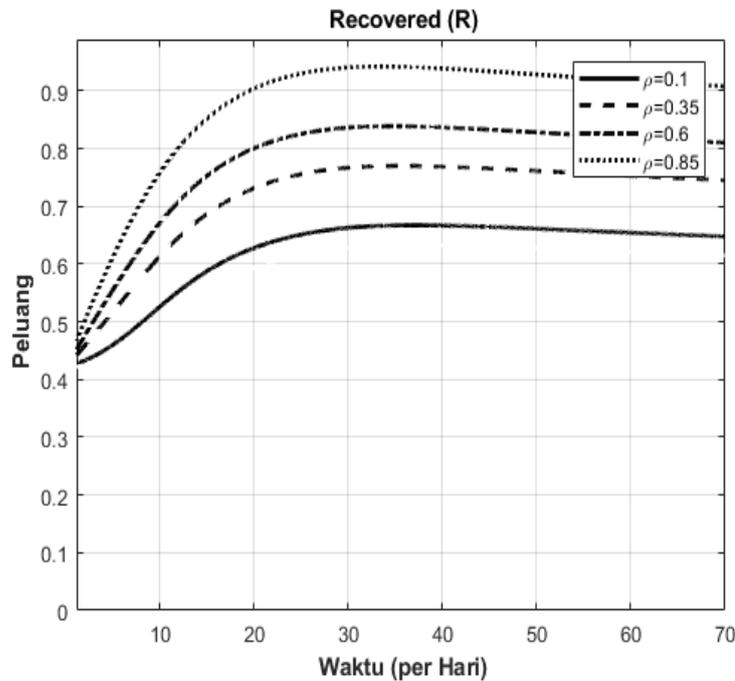


Gambar 5. Jumlah Populasi *Infected* I_A pada Model SIIR untuk $R_0 > 1$ dengan rentang waktu $0 \leq t \leq 70$

Pada Gambar 5, jumlah populasi *Infected* I_A jika $\rho = 0,1$ mengalami kenaikan dari kondisi awal dan kemudian menurun yang membutuhkan waktu sekitar $t = 60$ hari untuk mencapai kondisi setimbang karena tidak terjadi perubahan lagi dengan nilai peluang sebesar 0,02157 atau sebesar 208,57 ha. Jika $\rho = 0,35$, grafik mengalami kenaikan lalu menurun dan kemudian tidak mengalami perubahan lagi karena mencapai kondisi setimbang yang membutuhkan waktu sekitar $t = 55$ hari dengan nilai peluang sebesar 0.02093 atau sebesar 202,38 ha.

Jika $\rho = 0,65$, grafik populasi *Infected* I_A mengalami kenaikan dan perlahan menurun yang membutuhkan waktus sekitar $t = 50$ hari untuk mencapai kondisi setimbang karena tidak mengalami perubahan lagi dengan nilai peluang 0,01438 atau sebesar 139,04 ha. Sedangkan jika $\rho = 0,85$, grafik mengalami kenaikan dari kondisi awal dan secara perlahan menurun kemudian tidak mengalami perubahan lagi karena mencapai kondisi setimbang

pada kurun waktu sekitar $t = 30$ hari dengan nilai peluang sebesar 0,01103 atau sebesar 106,65 ha. Sehingga dapat disimpulkan bahwa jika semakin besar nilai ρ , maka populasi *Infected* I_A akan semakin berkurang atau mengalami penurunan dari kondisi awal dan pada waktu tertentu tidak mengalami perubahan karena mencapai kondisi stabil.



Gambar 6. Jumlah Populasi *Recovered* pada Model SIIR untuk $R_0 > 1$ dengan rentang waktu $0 \leq t \leq 70$

Pada Gambar 6, jumlah populasi *Recovered* (R) jika $\rho = 0,1$ mengalami kenaikan dan tidak mengalami perubahan lagi pada kurun waktu $t = 50$ hari karena telah mencapai kondisi stabil dengan nilai peluang sebesar 0,6528 atau sebesar 6.312,36 ha. Jika $\rho = 0,35$, jumlah populasi *Recovered* mengalami kenaikan dan tidak mengalami perubahan lagi pada waktu $t = 60$ hari dengan nilai peluang sebesar 0,7513 atau sebesar 7.264,82 ha. Jika $\rho = 0,65$, grafik mengalami kenaikan dan membutuhkan waktu sekitar $t = 60$ hari untuk mencapai kondisi setimbang karena tidak mengalami perubahan lagi dengan nilai peluang sebesar 0,8132 atau sebesar 7.863,37 ha. Sedangkan jika $\rho = 0,85$, jumlah populasi akan mengalami kenaikan yang kemudian tidak mengalami perubahan lagi karena mencapai kondisi stabil pada waktu $t = 60$ hari dengan nilai peluang sebesar 0,9528 atau sebesar 9.213,26 ha. Sehingga dapat disimpulkan bahwa jika semakin besar nilai ρ , maka populasi *Recovered* akan semakin bertambah atau mengalami kenaikan dari kondisi awal dan pada waktu tertentu tidak mengalami perubahan karena mencapai kondisi stabil.

Tabel 3. Tingkat Perlakuan Pestisida

| ρ | R_0 | Keterangan |
|--------|--------|-----------------------|
| 0 | 2,5475 | Endemik Stabil |
| 0.1 | 0,6254 | Bebas Penyakit Stabil |
| 0.35 | 0,2167 | Bebas Penyakit Stabil |
| 0.6 | 0,1311 | Bebas Penyakit Stabil |
| 0.85 | 0,0939 | Bebas Penyakit Stabil |

Berdasarkan gambar dan tabel diatas maka dapat dilihat bahwa perlakuan pestisida berpengaruh terhadap sistem untuk menentukan apakah sistem stabil atau tidak stabil. Jika $\rho = 0$ maka sistem akan bersifat endemik stabil dan jika $0 \leq \rho \leq 1$ maka sistem akan bersifat bebas penyakit stabil.

PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil penelitian pada bagian analisis kestabilan titik kesetimbangan diperoleh bahwa semua nilai determinan dari matriks Routh-Hurwitz bernilai positif sehingga semua akar-akar sistem persamaan pada model bernilai negatif yang mengakibatkan bahwa sistem tersebut bersifat stabil asimtotik. Hal ini diterapkan dalam (Resmawan, 2019) Kriteria Routh-Hurwitz yang menyatakan bahwa "Theorem: Semua akar dari polinomial adalah negatif atau memiliki bagian real negatif jika dan hanya jika determinan dari semua matriks Hurwitz adalah positif". Dan diperkuat juga dalam Kriteria Kestabilan bahwa "Semua akar dari polinomial adalah negatif atau memiliki bagian real negatif jika semua koefisien dari kolom pertama tabel Routh bernilai positif".

Pada bagian simulasi numerik, dapat dilihat bahwa pada Saat $R_0 < 1$ dapat dilihat bahwa populasi terinfeksi perlahan menurun, hal tersebut dapat dilihat dalam (Iswanto, 2012) "Jika $R_0 < 1$, maka hanya ada *Susceptible* dan tidak terdapat individu yang terinfeksi ataupun *Recovered*. Keadaan ini bersifat stabil, dan jika ada terinfeksi mula-mula, maka jumlah tersebut akan menurun seiring dengan penurunan waktu, sehingga tidak akan menyebabkan epidemi".

Pada penelitian terdahulu yang dilakukan oleh (Lestari, dkk. 2020) dijelaskan bahwa keberadaan ulat bercak ungu sangat dipengaruhi oleh laju pemangsaan dan infeksi, sehingga sebaiknya penyebaran kedua organisme pengganggu tanaman bawang merah ini harus dicegah. Dan pencegahan yang dilakukan adalah dengan perlakuan pestisida seperti yang tercantum dalam (Peraturan Menteri Pertanian RI Nomor 24/Permentan/SR.140/4/2011, Tentang Syarat Dan Tata Cara Pendaftaran Pestisida., 2011) point (1) menyatakan pestisida merupakan semua zat kimia dan bahan lain serta zat renik dan virus yang dipergunakan untuk "Memberantas atau mencegah hama-hama dan penyakit yang merusak tanaman, bagian-bagian tanaman atau hasil-hasil pertanian". Sehingga dalam penelitian ini disimbolkan dengan ρ , dimana dalam simulasi diperoleh bahwa jika semakin besar nilai ρ maka nilai dari R_0 semakin kecil yang berarti jumlah terinfeksi juga semakin kecil. Terpapar dalam (Driessche V D & Watmough J, 2002) "Bilangan reproduksi

dasar diartikan sebagai perkiraan jumlah populasi rentan yang terinfeksi selama masa infeksi”.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah disajikan disimpulkan bahwa modifikasi model pengendalian penyebaran hama dan penyakit dengan pestisida pada tanaman bawang merah dengan menambahkan populasi ulat sebagai vektor penyebar penyakit adalah model SI-SIIR yang ditunjukkan pada persamaan (17) - (22). Model matematika pengendalian penyebaran hama dan penyakit tanaman bawang merah dengan perlakuan pestisida memiliki 2 titik kesetimbangan yaitu (1)Titik kesetimbangan (E_0) tidak terjadi endemik pada populasi bawang merah, dengan $R_0 < 1$ diperoleh bahwa sistem bersifat stabil asimtotik lokal. (2)Titik kesetimbangan (E_1) terjadi endemik pada bawang merah, dengan nilai $R_0 > 1$ diperoleh bahwa sistem bersifat stabil asimtotik. Simulasi numerik model matematika pengendalian penyebaran hama dan penyakit tanaman bawang merah tanpa perlakuan pestisida menunjukkan bahwa pada: (1)Titik Kesetimbangan (E_0), subpopulasi *Susceptible* (S) mengalami kenaikan dari waktu ke waktu, subpopulasi *Infected* (I_S) dan (I_A) masing-masing dengan grafik menurun dan pada waktu hari ke-20 dan ke-40 tidak mengalami perubahan karena mencapai kondisi setimbang. Subpopulasi (R) grafik menurun namun tidak mencapai titik nol. (2)Titik Kesetimbangan (E_1), disimulasikan dengan memberikan nilai parameter ρ yang berbeda, setelah mendapat perlakuan ρ populasi *Susceptible* (S), *Infected* (I_S) dan (I_A) tidak mencapai titik nol sehingga dapat disimpulkan bahwa hama dan penyakit tidak hilang dari sistem. Sehingga bawang merah di Sumatera Utara dari waktu ke waktu hama dan penyakit pada tanaman bawang merah selalu ada pada waktu yang tak terbatas yang berakibat akan bersifat non-endemik dan stabil.

PENELITIAN LANJUTAN

Pada penelitian ini diasumsikan populasi bersifat tertutup sehingga disarankan pada penelitian selanjutnya menggunakan populasi terbuka. Penyebaran hama dan penyakit pada tanaman bawang merah tidak terlepas dari iklim musim tanam tertentu berupa curah hujan dan musim kemarau, dimana pada penelitian ini belum menggunakan pengaruh hujan terhadap laju serangan hama dan penyakit sehingga untuk penelitian selanjutnya menambahkan parameter baru seperti pengaruh curah hujan dan musim kemarau. Pada penelitian ini juga hanya melakukan simulasi numerik dengan perlakuan pestisida hanya pada kondisi terjadi endemik penyakit, sehingga diharapkan untuk penelitian selanjutnya melakukan simulasi numerik pada titik kesetimbangan non-endemik.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis menyampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dan memberikan masukan serta arahan kepada penulis dalam penyelesaian artikel ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Driessche V D, & Watmough J. (2002). Reproduction Number and Subthreshold Endemic Equilibria for Compartmental Models of Disease Transmission. *Mathematical Biosciences*, 29–48.
[https://doi.org/10.1016/s0025-5564\(02\)00108-6](https://doi.org/10.1016/s0025-5564(02)00108-6)
- Gantmacher, F. R. (1995). *The Theory of Matrices*. Chelsea Publishing Company.
- Hasyim, A., Setiawati, W., Hudayya, A., & Luthfy, N. (2016). Sinergisme Jamur Entomopatogen *Metarhizium anisopliae* Dengan Insektisida Kimia untuk Meningkatkan Mortalitas Ulat Bawang *Spodoptera exigua*. *Jurnal Hortikultura*, 26(2), 257.
<https://doi.org/10.21082/jhort.v26n2.2016.p257-266>
- Iswanto, R. J. (2012). *Pemodelan Matematika Aplikasi dan Terapannya*. Graha Ilmu.
- Peraturan Menteri Pertanian RI Nomor 24/Permentan/SR.140/4/2011, tentang Syarat dan Tata Cara Pendaftaran Pesticida., (2011).
- Kementerian Pertanian. (2021). *Statistik Iklim, Organisme Pengganggu Tanaman dan Dampak Perubahan Iklim*. Pusat Data dan Sistem Informasi Pertanian Sekretariat Jenderal.
- Lestari, A. D., Suryanto, A., & Trisilowati. (2020). Dynamics of caterpillar pests (*Spodoptera exigua*) and purple blotch transmission in lembah palu red onion plants. *AIP Conference Proceedings*, 2264.
<https://doi.org/10.1063/5.0023514>
- Muksin, R., Rosimini, J., & Panggeso. (2016). Uji Antagonisme *Trichoderma* sp. terhadap Jamur Patogen *Alternaria porri* Penyebab Penyakit Bercak Ungu pada Tanaman Bawang Merah secara In-Vitro. *Hama dan Penyakit Tumbuhan*.
- Mutmainnah, M., Ratianingsih, R., & Nacong, N. (2017). Membangun Model Penyebaran Hama dan Penyakit pada Bawang Merah Palu (*Allium ascalonicum* L.). *Jurnal Ilmiah Matematika Dan Terapan*, 14(2), 203–211.
<https://doi.org/10.22487/2540766x.2017.v14.i2.9022>
- Pratiwi, Y., Hery Haryanto, & Jayaputra. (2022). Populasi Dan Intensitas Serangan Hama Ulat Bawang (*Spodoptera exigua* Huber) Pada Tanaman Bawang Merah (*Allium ascalonicum* L.) Di Kecamatan Plampang. *Jurnal Ilmiah Mahasiswa Agrokomplek*, 1(1), 10–20.
<https://doi.org/10.29303/jima.v1i1.1163>
- Putrasamedja, S., & Suwandi. (1996). Monograf no. 5; Varietas Bawang Merah Indonesia. Balitsa Lembang-Bandung.
- Resmawan. (2019). *Pengantar Sistem Dinamik*. Universitas Negeri Gorontalo.
- Rosidi, M. (2019). *Metode Numerik menggunakan R untuk Teknik Lingkungan* (Vol. 1). Piktochart.
- Ruswandari, V. R., Syauqi, A., & Rahayu, T. (2020). Uji Antagonis Jamur *Trichoderma viride* dalam Menghambat Pertumbuhan Jamur Patogen *Alternaria porri* Penyebab Penyakit Bercak Ungu pada Tanaman Bawang Merah (*Allium ascalonicum* L.). *BIOSAIN TROPIS (BIOSCIENCE-TROPIC)*, 5(2), 84–90.
<https://doi.org/10.33474/e-jbst.v5i2.255>
- Satuhu, S. satuhu, Siswadi, S., & Bahri, S. (2021). Kajian Macam Zat Pengatur Tumbuh Terhadap Pertumbuhan dan Hasil Bawang Merah (*Allium ascalonicum* L.). *Innofarm: Jurnal Inovasi Pertanian*, 23(2).
<https://doi.org/10.33061/innofarm.v23i2.6181>
- Wiggins, S. (2003). *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos* (2nd ed.). Springer.